

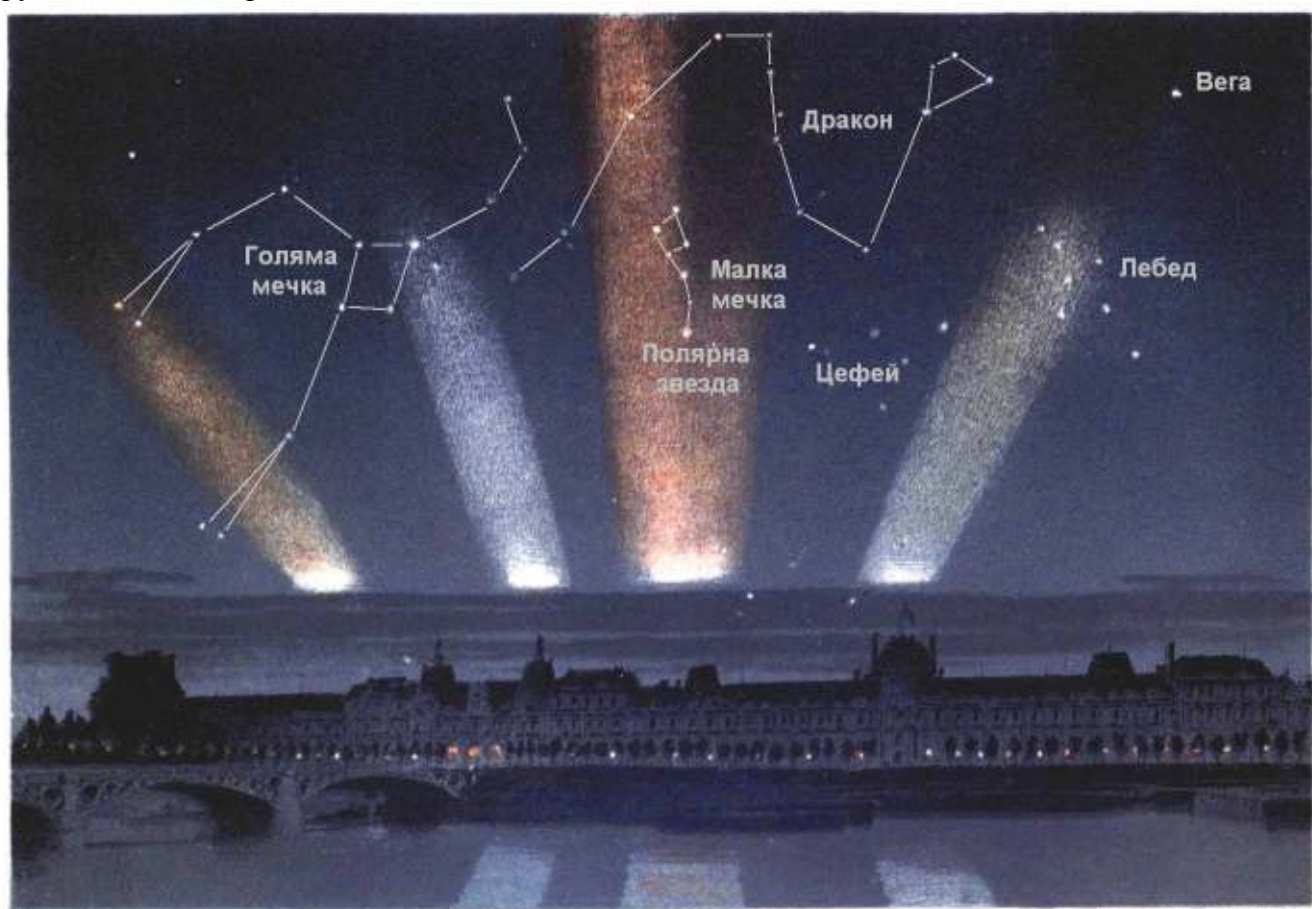
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
XVI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 13 април 2013 г., Кърджали

Възрастова група VII-VIII клас – теоретичен кръг – решения

1 задача. Решение:

На рисунката сравнително лесно разпознаваме съзвездията Малка мечка и Голяма мечка. Вижда се и фигурата на съзвездието Дракон. С по-голяма доза въображение можем да видим и Цефей, а няколкото ярки звезди вдясно от него трябва да са от Лебед, но това съзвездие много трудно може да се разпознае в тях.



AURORA BOREALIS — SEEN AT PARIS, MAY 13, 1869

Разглеждаме звездната карта. Около 21 март Слънцето е в пролетната равноденствена точка. Към 21 май то трябва да се премести на около 60° източно от нея (по посока на часовниковата стрелка върху картата) да навлезе в границите на съзвездието Бик. На 13 май Слънцето трябва да се е намирало близо до границата между съзвездията Овен и Бик. Звездната карта ни помага да установим, че при такова разположение на звездите и главно на Малката мечка, каквото е на картината, съзвездието Бик е било в долна кулминация. Видимото денонощно движение на звездното небе става в посока обратна на часовниковата стрелка, когато гледаме към северния небесен полюс. Следователно Слънцето е било в долна кулминация преди около час. Това означава, че рисунката отразява вида на звездното небе около 1 часа след полунощ по местно време.

Критерии за оценяване (Общо 10 т.):

За правилно изброяване на три съзвездия, които са на картината – $3 \times 0.5 = 1.5$ т.

За правилно означаване на съзвездията върху картината – $3 \times 1.5 = 4.5$ т.

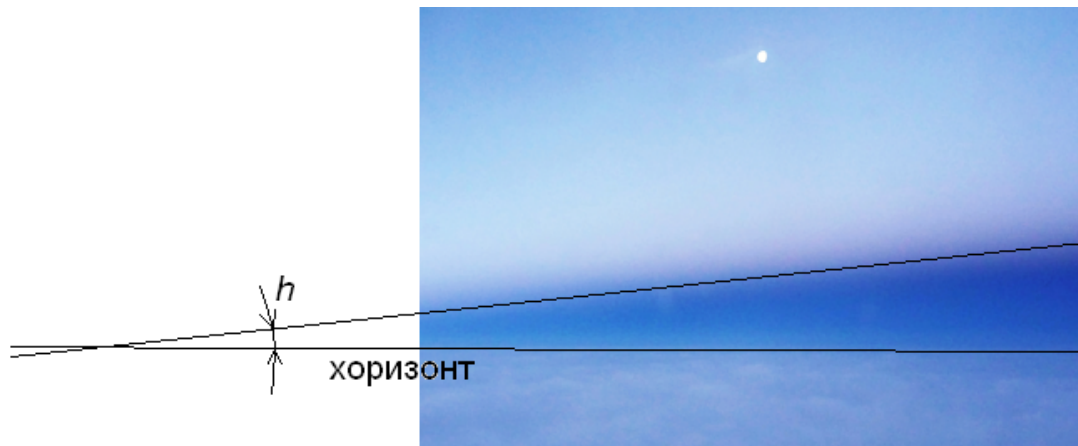
За правилно определяне на положението на Слънцето и обяснение – 2 т.

За определяне на часа по местно време и обяснение – 2 т.

2 задача. Решение:

Разположението на сянката на Земята показва, че Слънцето е било малко под хоризонта и наляво от гледката през илюминатора на самолета. Фактът, че се вижда Луната, означава, че не е възможно младият астроном Каравасилев да е гледал към северната част на хоризонта. Фазата на Луната е близо до последна четвърт и това означава, че времето е малко преди изгрева на Слънцето, а тя е над южната част на хоризонта. Астрономът е пътувал от София към Лондон, т.е. на запад. Следователно той е седял в лявата част на самолета.

Очертаваме на снимката хоризонта и границата на земната сянка. Продължаваме двете прави линии до пресичането им и измерваме ъгъла между тях h . Получаваме $h = 5^\circ$. Този ъгъл е равен на отстоянието на Слънцето от хоризонта, т.е. Слънцето е на 5° под хоризонта.



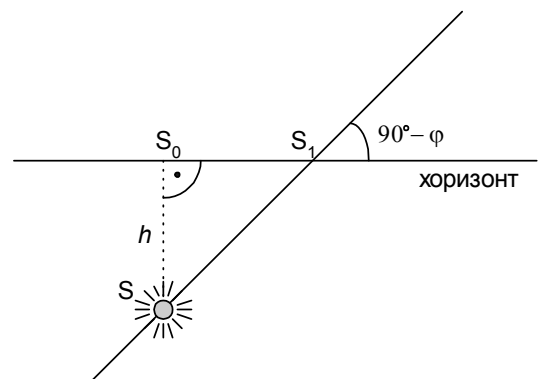
Денят е 20 март – пролетното равноденствие. Тогава Слънцето е било в пролетната равноденствена точка и се е намирало на небесния екватор (или близо до това положение, ако снимката не е направена точно в момента на пролетното равноденствие). То е трябвало да изгрее в 6 часа по местно време. Понеже снимката е направена, когато Слънцето е било само на 5° под хоризонта, можем приблизително да кажем, че това е било около 5:30 часа с точност до половин час. Можем да направим и по-точна оценка. Денонощният паралел на Слънцето при деклинация 0° е голям кръг от небесната сфера. Той сключва ъгъл с хоризонта $90^\circ - \varphi = 45^\circ$, където $\varphi = 45^\circ$ е географската ширина.

На схемата с S е отбелязано положението на Слънцето. До изгрева то има да измине път SS_1 . Тъй като триъгълник SS_1S_0 е правоъгълен и равнобедрен, то $S_0S_1 = S_0S = h = 5^\circ$. Съгласно Питагоровата теорема:

$$SS_1^2 = 2h^2$$

$$SS_1 = h\sqrt{2} \approx 7^\circ$$

Движейки се по голям кръг от небесната сфера, Слънцето изминава 15° за един час. Следователно до изгрева му остава време $\frac{7^\circ}{15^\circ} \cdot 1^h \approx 0.467^h \approx 28^{\text{min}}$.



Снимката трябва да е направена приблизително в 5 ч. 32 мин. по местно време.

Слънцето може да се наблюдава в зенита по пладне в зоната между северната и южната тропични окръжности. На екватора това се случва в дните на пролетното и есенното равноденствие. Следователно, ако наблюдаваните от Никола Каравасилев моменти, в които Слънцето се издига до зенита по пладне, са през половин година, то Островът на русалките е близо до екватора.

На северната тропична окръжност Слънцето достига зенита по пладне само веднъж в годината – в деня на лятното слънцестояние за северното полукълбо на Земята. Ако от северната тропична окръжност започнем да се приближаваме към екватора, то ще наблюдаваме два дни в годината, когато по пладне Слънцето ще се издига до зенита. Тези два дни отначало ще бъдат близо до деня на лятното слънцестояние – единият от тях малко преди, а другият малко след слънцестоянието. Колкото повече се приближаваме към екватора, толкова повече ще се раздалечават от слънцестоянието двата дни, в които Слънцето се издига по пладне до зенита, и ще се приближават до датите на равноденствията. В южното полукълбо ситуацията е аналогична, но там на южната тропична окръжност Слънцето се издига до зенита в деня на зимното слънцестояние за нас.

Ако дните, в които Слънцето по пладне достига зенита, се случват точно през половин година, то отвлеченият астроном не се намира на екватора. На екватора тези дни не са точно през половин година. Това е така, защото периодът от пролетното равноденствие до есенното е малко по-дълъг, отколкото от есенното равноденствие до пролетното. Причината е неравномерното движение на Земята по нейната елиптична орбита около Слънцето и фактът, че тя минава през своя перихелий през януари, а през афелия – през юли. Ако дните, в които Слънцето достига до зенита, са точно през половин година, то значи, че те са леко приближени към деня на лятното слънцестояние в сравнение с дните, когато това се случва на екватора. Следователно в такъв случай Островът на русалките се намира малко на север от екватора – в северното полукълбо.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За определяне от коя страна на самолета е седял астрономът и обяснение – 1 т.

За установяване на факта, че снимката е направена малко преди изгрева (а не залеза) на Слънцето, и обяснение – 1 т.

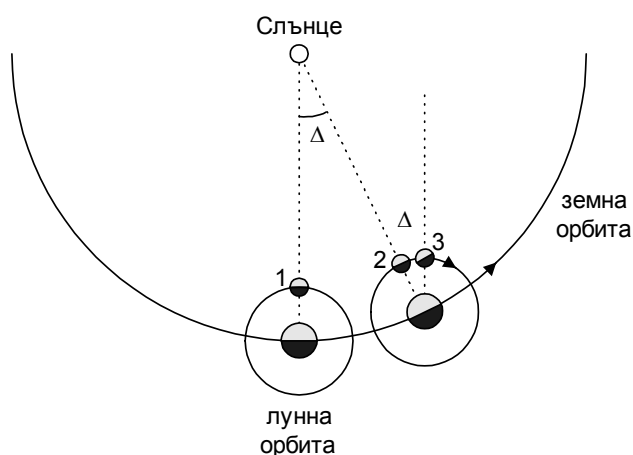
За измерване и определяне на отстоянието на Слънцето от хоризонта – 2 т.

За обосновка и определяне в колко часа е направена снимката по по-точния метод – 2 т.
(При привеждане на приблизителна оценка, вместо 2 се дават 1 точки).

За правилни разсъждения, че островът се намира близо до екватора – 3 т.

За правилни разсъждения, че островът ще е в северното полукълбо – 3 т.

3 задача. Решение:



На схемата в позиция 1 е изобразена Луната в новолуние. След един сидеричен лунен месец Луната е направила пълна обиколка по своята орбита и е в позиция 3. През това време Земята се е завъртяла по орбитата си около Слънцето на ъгъл Δ . От схемата се вижда, обаче, че моментът на второто новолуние – позиция 2 на Луната – вече е минал. От него до позиция 3 Луната се е придвижила на същия ъгъл Δ по своята орбита около Земята.

От момента, когато Луната е била в положение 1, до момента, когато стигне до положение 3, изминава един сидеричен месец. Следователно, ако Луната се движи в посока обратна на сегашната, синодичният месец ще е не по-дълъг, както сега, а по-кратък от сидеричния. Да означим сидеричния лунен месец с T_{sid} , синодичния с T_{syn} , а орбиталния период на Земята около Слънцето с T_0 . За ъгъла Δ можем да напишем:

$$\Delta = 360^\circ \cdot \frac{T_{sid}}{T_0}$$

Луната се придвижва от положение 2 до положение 3 за време, равно на $T_{sid} \cdot \frac{\Delta}{360^\circ}$. Тогава за синодичния лунен месец получаваме:

$$T_{syn} = T_{sid} - T_{sid} \cdot \frac{\Delta}{360^\circ}$$

$$T_{syn} = T_{sid} \left(1 - \frac{T_{sid}}{T_0} \right)$$

$$T_{syn} \approx 25.28 \text{ денонощия}$$

Това е приблизително пресмятане, понеже не отчитаме факта, че при новолунието в позиция 2 Земята още няма да е достигнала положението по орбитата си, в което сме я поставили, и ъгълът, на който Луната ще трябва да се дозавърти, за да довърши орбиталната си обиколка (до изтичането на сидеричния месец) ще е малко по-голям от Δ . По-точен резултат можем да получим, като използваме следното съотношение:

$$\frac{1}{T_{syn}} = \frac{1}{T_{sid}} + \frac{1}{T_0}$$

Оттук пресмятаме:

$$T_{syn} = \frac{T_0 T_{sid}}{T_0 + T_{sid}}$$

$$T_{syn} \approx 25.42 \text{ денонощия}$$

Ако Луната се движи обратно по своята орбита, то тя ще се премества на фона на звездите от изток на запад, а не както сега – от запад на изток. Така ще се премества Луната и спрямо Слънцето. След новолуние, за земния наблюдател Луната ще се отклонява на запад от Слънцето



Луната в първа четвърт



Луната в последна четвърт

и сърпът на новата Луна ще бъде изпъкнал на изток. По-нататък той ще се изпълва до първа четвърт, когато Луната ще се намира на 90° западно от Слънцето. В последна четвърт Луната ще бъде на 90° източно от Слънцето и ще изглежда като полукръг изпъкнал на запад.

Във фаза първа четвърт Луната ще бъде на 90° западно от Слънцето, както вече отбелязахме. Ако тогава тя се наблюдава в съзвездието Близнаци, то Слънцето ще се намира на три зодиакални знака източно от нея, т.е. в съзвездието Дева. Слънцето е в това съзвездие в края на септември и през по-голямата част на октомври.

Да означим с P периода на околоосно въртене на Земята, или звездното денонощие, равно на 23 ч. 56 м. Нека P' е интервалът от време, през който Луната преминава над една и съща точка от земното кълбо (За простота тук не разглеждаме наклона на земната орбита и наклона на лунната орбита към еклиптиката). Тъй като Луната ще обикаля около Земята в посока обратна и на земното околоосно въртене, можем да определим този интервал от следното съотношение:

$$\frac{1}{P'} = \frac{1}{P} + \frac{1}{T_{sid}}$$

Оттук получаваме:

$$P' = \frac{T_{sid}P}{T_{sid} + P}$$

Както знаем, обаче, при приливното въздействие на Луната, в земните океани се получават две приливни вълни – едната от страната на Земята, която е обърната към Луната, а другата – от противоположната страна. Следователно за време P' през дадено място на Земята ще преминават две приливни вълни, или периодът Δt , през който това ще се случва, ще бъде равен на $P'/2$. Така намираме:

$$\Delta t \approx 0.4809 \text{ денонощия} \approx 11 \text{ ч. } 33 \text{ м.}$$

Критерии за оценяване (общо 14 т.):

За правилен метод на изчисление на синодичния период – 3 т.

За правилен числен отговор – 1 т.

Забележка – приблизителният метод с разсъжденията и използването на точната формула да се оценяват равностойно.

За рисунки на Луната в първа и последна четвърт и обяснение – 3 т.

За обяснението и отговор в кой месец Луната в първа четвърт може да е в Близнаци – 3 т.

За правилен метод на пресмятане на интервала между приливните вълни – 3 т.

За правилен числен резултат – 1 т.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
XVI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 14 април 2013 г., Кърджали

Възрастова група VII-VIII клас – *практически кръг – решения*

Практическа задача. Решение:

Виждаме, че на снимката на затъмнението дискът на Луната е съществено по-малък от диска на Слънцето. Това означава, че Луната се намира в такава част от своята орбита, в която е далече от Земята. Най-далече от Земята се намира апогеят на лунната орбита. Следователно Луната се намира близо до апогея на орбитата си.

За да определим ъгловия диаметър на видимия лунен диск, ще го сравним с видимия диск на Слънцето. Измерваме диаметрите на двата диска по снимката и получаваме за диска на Слънцето $d_{Cl} = 156 \text{ mm}$, а за диска на Луната $d_{Л} = 145 \text{ mm}$. От условието е известно, че видимият ъглов размер на диска на Слънцето е $\delta_{Cl} = 31.6'$. Тогава за Луната получаваме:

$$\frac{\delta_{Л}}{\delta_{Cl}} = \frac{d_{Л}}{d_{Cl}}$$

$$\delta_{Л} = \delta_{Cl} \cdot \frac{d_{Л}}{d_{Cl}} = 29'.4$$

Щом приемаме, че снимката е направена от област на земната повърхност, която е близка до северния географски полюс, то не е необходимо да вземаме предвид движението на наблюдателя вследствие въртенето на Земята. Точки от земната повърхност, които се намират близо до полюсите, се движат с много малка скорост относно центъра на Земята. Затова може да приемем, че се движим относно Слънцето успоредно на центъра на Земята и със същата скорост. Тогава продължителността на явлението ще зависи само от орбиталното движение на Земята около Слънцето, от орбиталното движение на Луната около Земята и от видимите ъглови размери на Слънцето и Луната.

Понеже разглеждаме явление чиито характеристики зависят от видимото движение на лунния диск относно слънчевия диск, то трябва да потърсим начин да определим скоростта на движение на единия диск относно другия. Знаем, че периодът на орбитално движение на Луната относно Слънцето, се дава от така наречения синодичен месец. Ще намерим неговата продължителност използвайки дадените в условието сидерични (т.е. звездни; определени относно звездите) периоди на Луната около Земята и на Земята около Слънцето. Периодът на завъртане на Земята около Слънцето е равен на периода на видимото движение на Слънцето относно звездите и се нарича звездна година. Тогава, използвайки формулата за синодичен и сидеричен период, получаваме:

$$\frac{1}{T_{Sin}} = \frac{1}{T_{Sid}} - \frac{1}{T_0}$$

$$T_{Sin} = \frac{T_{Sid} \cdot T_0}{T_0 - T_{Sid}} = 29^d.53$$

където:

T_0 — звездна година (период на видимото движение на Слънцето, относно звездите).

T_{Sid} – сидеричен лунен месец

T_{Sin} – синодичен лунен месец

Получихме периода на завъртане на Луната относно линията Земя – Слънце. Относно тази линия, за един пълен синодичен период, Луната изминава 360° по своята орбита. Нас, обаче, ни интересува за колко време Луната ще измине ъглово разстояние равно на разликата в ъгловите размери на Слънцето и Луната. Това е разстоянието което лунният диск изминава, намирайки се изцяло върху диска на Слънцето. Ако разглеждаме това явление като пасаж на Луната по диска на Слънцето, то ние търсим времето между 2-ри и 3-ти контакт.

Разликата между ъгловите размери на слънчевия и лунния диск е: $\Delta\delta = \delta_{Sl} - \delta_L = 2'.2$

Нека продължителността на пръстенообразната фаза е Δt . Тогава:

$$\frac{\Delta t}{T_{Sin}} = \frac{\Delta\delta}{360^\circ}$$

$$\Delta t = T_{Sin} \cdot \frac{\Delta\delta}{21600'} = 4.33 \text{ минути} = 4^m 20^s$$

Това би било вярно, ако разглеждахме средното движение на Луната около Земята. В нашия случай, обаче, Луната е в апогей и се движи по-бавно с 5.5% от средната ѝ скорост на движение по орбитата. Освен това се намира с 6% по-далече. Може да си представим, че Луната се движи с по-малка скорост, по кръгова орбита с по-голям радиус от сегашното средно разстояние до Земята. И двата ефекта водят до пропорционално намаляване на скоростта на придвижване на Луната на фона на звездите и следователно до пропорционално увеличаване на продължителността на затъмнението.

Затова в действителност ще наблюдаваме затъмнението по-дълго време:

$$\Delta t' = 1.06 \times 1.055 \times \Delta t$$

$$\Delta t' = 4.84 \text{ минути} = 4^m 51^s$$

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За правилни разсъждения, че Луната се намира в апогей – 2т.

За измерване и правилно пресмятане на ъгловите размери на Луната – 3т.

За правилни разсъждения относно движението на наблюдателя заедно със Земята – 2т.

За правилен метод на изчисление на синодичния период – 2 т.

За правилен метод за пресмятане на продължителността на затъмнението – 3т.

За правилно отчитане ефекта от по-далечната и по-бавна Луна – 2т.

За точен краен резултат – 1т.